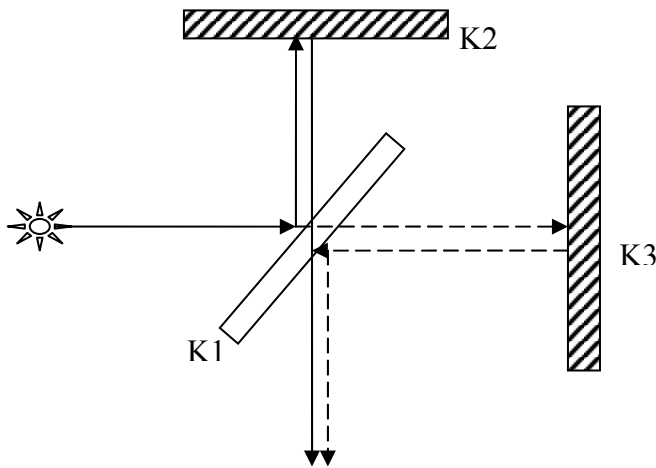


**Ενδεικτική θεωρία (Θεωρία της Σχετικότητας)
για τους υποψήφιους ΠΕ0401 του ΑΣΕΠ**

A Το πείραμα Michelson Morley.



Σύμφωνα με τις εξισώσεις του Maxwell, η ταχύτητα του φωτός είναι ένα σταθερό μέγεθος ίσο με $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ στο κενό. Το πρώτο ερώτημα που προκύπτει

είναι ως προς ποιο σύστημα συντεταγμένων πρέπει να μετρηθεί η ταχύτητα του φωτός. Το δεύτερο ζήτημα ήταν το εξής: Πριν από την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, εθεωρείτο ότι θα έπρεπε να υπάρχει ένα υλικό μέσο, το οποίο να γεμίζει όλο το σύμπαν και στο οποίο να διαδίδεται το φως. Αυτό το μέσο ονομάστηκε αιθέρας. Μέχρι τότε, δεν ήταν κατανοητό ότι ένα κυμαινόμενο ηλεκτρικό και ένα κυμαινόμενο μαγνητικό πεδίο δε χρειάζονται κάποιο μέσο για τη διάδοσή τους, αλλά μπορούν και από μόνα τους να διαδίδονται, απλώς μεταφέροντας ενέργεια, ορμή και στροφορμή. Από την άλλη, το μέσο αυτό προσέφερε μια εξήγηση της σταθεράς c που εμφανίζεται στις εξισώσεις του Maxwell. Έτσι, θεωρήθηκε ότι οι εξισώσεις του Maxwell, και συνακολούθως η εξίσωση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος η οποία προκύπτει από αυτές, ισχύουν μόνο για αυτό το προνομιακό σύστημα συντεταγμένων του αιθέρα, ενώ είναι φανερό ότι δε θα μπορούσαν, στο πλαίσιο της μη σχετικιστικής μηχανικής, να ισχύουν για οποιοδήποτε άλλο σύστημα συντεταγμένων. Ο αιθέρας θα έπρεπε να είναι ένα πολύ περίεργο υλικό, αφενός εντελώς μαλακό, ώστε να επιτρέπει την κίνηση των σωμάτων μέσα σε αυτό χωρίς αυτά να υφίστανται απώλεια της κινητικής τους ενέργειας, αφετέρου απόλυτα σκληρό, ώστε το φως να διαδίδεται με υψηλή ταχύτητα μέσα σε αυτό. Θυμίζουμε ότι η ταχύτητα ενός κύματος σε ένα ελαστικό μέσο αυξάνει με την σκληρότητα του ελαστικού μέσου. Αλλά θα αποδεικνυόταν τελικά ότι το φως δεν είναι ελαστικό κύμα και δε χρειάζεται ελαστικά μέσα για τη διάδοσή του.

Στο πείραμα των Michelson Morley, θεωρούμε μια ακτίνα φωτός η οποία παράγεται από μια σημειακή πηγή και προσπίπτει σε ένα ημιδιαπερατό κάτοπτρο, οπότε ένα μέρος της ανακλάται και ένα μέρος της διέρχεται. Εφόσον η γη κινείται μέσα στον αιθέρα, όπως ένα αυτοκίνητο μέσα στην ατμόσφαιρα, έπεται ότι θα υπάρχει ένας «άνεμος αιθέρα», ο οποίος θα προκαλείται από την κίνηση της γης, και ο οποίος έστω ότι κατευθύνεται από δεξιά προς αριστερά στο σχήμα. Αν το φως ταξιδεύει με ταχύτητα c ως προς τον αιθέρα, τότε, αν ισχύει η Νευτώνεια Φυσική και ειδικότερα οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου, το φως θα κινείται προς τα δεξιά με

ταχύτητα $c - v$ ως προς τη γη και θα επιστρέφει από τα δεξιά με ταχύτητα $c + v$. Το φως αυτό ανακλάται ξανά εν μέρει στο ημιδιαπερατό κάτοπτρο και μπαίνει στο τηλεσκόπιο. Ο συνολικός χρόνος που κάνει από τη στιγμή που φεύγει από το ημιδιαπερατό κάτοπτρο, πάει στον πλήρως ανακλαστικό καθρέφτη 2 και ξαναγυρνά

στο ημιδιαπερατό κάτοπτρο είναι: $t_1 = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2L}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$. Αν θεωρήσουμε

τώρα την ακτίνα η οποία κινείται κάθετα στην ταχύτητα της γης ως προς τον αιθέρα, τότε η ταχύτητα του φωτός ως προς τη γη είναι: $\sqrt{c^2 - v^2}$ και άρα ο χρόνος που

χρειάζεται το φως για να διανύσει αυτή την απόσταση είναι: $t_2 = \frac{2L}{c} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$.

Αυτό το δεύτερο φωτεινό κύμα, αφού περάσει από το ημιδιαπερατό κάτοπτρο, φτάνει στον πλήρως ανακλαστικό καθρέφτη και μετά επιστρέφει μέσω του ημιδιαπερατού καθρέφτη στο τηλεσκόπιο. Όπως μπορεί να δει κανείς, οι δύο χρόνοι είναι διαφορετικοί και άρα θα είναι διαφορετικές και οι φάσεις των κυμάτων που προσπίπτουν στο τηλεσκόπιο. Εξ αιτίας της διαφοράς των φάσεών τους, τα δύο κύματα, επιστρέφοντας στο τηλεσκόπιο, θα δίνουν κροσσούς συμβολής. Αν στρέψουμε την όλη συσκευή σε διάφορες κατευθύνσεις, αυτοί οι κροσσοί θα μετατοπίζονται ανάλογα με τη σχετική διεύθυνση κίνησης της γης ως προς τον αιθέρα. Ωστόσο, όπως και να στρεφόταν η συσκευή του πειράματος, κροσσοί συμβολής δεν παρατηρούνταν. Άρα, κάπου υπήρχε σφάλμα με την πρόσθεση των ταχυτήτων και όλη τη Νευτώνεια Μηχανική στην οποία στηρίζεται η πρόσθεση ταχυτήτων.

B Αξιώματα της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας.

Ένα αξίωμα της Νευτώνειας Μηχανικής είναι ότι όλοι οι νόμοι της φύσης πρέπει να ισχύουν αναλλοίωτοι σε οποιοδήποτε αδρανειακό σύστημα αναφοράς (παρατηρητής). Μπορεί διάφορα μεγέθη, όπως ενέργεια, έργο, ορμή, κλπ, να εξαρτώνται από το σύστημα συντεταγμένων, ωστόσο οι φυσικοί νόμοι παραμένουν αναλλοίωτοι στα διάφορα αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Η Ειδική Σχετικότητα διατηρεί αυτό το αξίωμα και παράλληλα εισάγει και ένα ακόμη στο πλαίσιο του προηγούμενου: Ότι η ταχύτητα του φωτός είναι ίδια για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές. Όπως φαίνεται, η Θεωρία της Σχετικότητας δε λέει ότι όλα είναι σχετικά, αλλά ότι αρκετά πράγματα είναι και με το παραπάνω απόλυτα.

Το αξίωμα της σταθερότητας του φωτός ως προς όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές προέκυψε από εμπειρικά δεδομένα. Ήταν επίσης εμφανές και από τη μορφή των εξισώσεων του Maxwell, ότι υπάρχει μια ταχύτητα, η ταχύτητα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, η οποία είναι ανεξάρτητη από τους παρατηρητές. Αφού λοιπόν η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή για κάθε παρατηρητή, σε αντίθεση με την Νευτώνεια Μηχανική, σημαίνει ότι θα πρέπει να τροποποιηθούν οι έννοιες του χρόνου και του χώρου, διότι από αυτές παράγεται η έννοια της ταχύτητας.

Ο καλύτερος τρόπος για να συνεχίσει κανείς, είναι να δει τους μετασχηματισμούς Lorentz, εφαρμογές των οποίων είναι η διαστολή του χρόνου, η συστολή του μήκους και μια σειρά άλλων φαινομένων.

Γ Οι μετασχηματισμοί Lorentz.

Αν δύο συστήματα συντεταγμένων, ένα τονούμενο και ένα άτονο, αρχικά έχουν κοινή αρχή, άξονες παράλληλους, τα ρολόγια τους ξεκινούν να μετρούν ταυτόχρονα και έχουν κοινή μονάδα μέτρησης, τότε, αν το τονούμενο κινείται με

ταχύτητα v στο x άξονα, οι συντεταγμένες του τονούμενου συνδέονται με τις συντεταγμένες του άτονου με τους μετασχηματισμούς Lorentz:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1)$$

Σημειώστε το σημαντικό αριθμό προϋποθέσεων που χρειάζονται για να ισχύουν οι προηγούμενες σχέσεις. Για να αποφύγουμε τις προϋποθέσεις που απαιτούν να έχουν κοινή χωρική και χρονική αρχή τα δύο συστήματα συντεταγμένων, γράφουμε τις παραπάνω σχέσεις με τη μορφή διαφορών, πεπερασμένων ή απειροστών:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta y' = \Delta y, \quad \Delta z' = \Delta z, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

Οι μετασχηματισμοί Lorentz μπορούν να γραφούν σε μια πιο συμμετρική μορφή, ώστε να φαίνεται ότι όντως ο χώρος και ο χρόνος είναι διαστάσεις του ίδιου τετραδιάστατου συνεχούς. Σε αυτή τη μορφή γράφουμε το χρόνο όχι ως Δt , αλλά ως $c\Delta t$:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - \beta(c\Delta t)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \Delta y' = \Delta y, \quad \Delta z' = \Delta z, \quad c\Delta t' = \frac{c\Delta t - \beta\Delta x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \text{όπου}$$

$$\beta = \frac{v}{c}. \quad (3)$$

Το β είναι μικρότερο της μονάδας. Ορίζουμε επίσης το μέγεθος

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5.4)$$

το οποίο είναι πάντα μεγαλύτερο της μονάδας και, για ταχύτητες που πλησιάζουν αυτή του φωτός, τείνει στο άπειρο.

Η ταχύτητα η οποία υπεισέρχεται στους μετασχηματισμούς μπαίνει με το πρόσημό της. Για να βρούμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό, δηλαδή τα μήκη και τους χρόνους που βλέπει ο άτονος παρατηρητής αν ξέρουμε τα μήκη και τους χρόνους που βλέπει ο τονούμενος, μπορούμε να ακολουθήσουμε μία από τις δύο παρακάτω διαδικασίες. Είτε να λύσουμε τους μετασχηματισμούς Lorentz ως προς τα άτονα μεγέθη, είτε αντί της ταχύτητας v να βάλουμε τη $-v$ στους ήδη υπάρχοντες μετασχηματισμούς. Το τελευταίο προκύπτει από το ότι αν ένα, τονούμενο, σύστημα συντεταγμένων κινείται με ταχύτητα v ως προς ένα άτονο, τότε και το άτονο κινείται με ταχύτητα $-v$ ως προς το τονούμενο. Τουλάχιστον αυτό το επίπεδο λογικής, το να αποδίδουν δύο κινούμενοι παρατηρητές ταχύτητες αντίθετες ο ένας στον άλλο, το διατηρεί και η Σχετικότητα.

Τετράδες μεγεθών, οι οποίες μετασχηματίζονται όπως ο χρόνος και οι τρεις συνιστώσες του διανύσματος θέσης, ονομάζονται τετραδιανύσματα.

Στις σχέσεις του μετασχηματισμού Lorentz είναι προφανές ότι ο χώρος και ο χρόνος συμπλέκονται σε μια αδιάσπαστη ενότητα. Αυτό που ένας παρατηρητής βλέπει ως χώρο στον άλλο παρατηρητή φαίνεται «εν μέρει» ως χώρος και «εν μέρει» ως χρόνος.

Αν δύο συστήματα συντεταγμένων κινούνται σχετικά όχι στο x αλλά στον y άξονα, τότε έπεται: $\Delta x' = \Delta x$, $\Delta y' = \gamma(\Delta y - v\Delta t)$, $\Delta z' = \Delta z$, $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta y\right)$.

Εύκολα βλέπουμε ότι το όριο των μετασχηματισμών Lorentz, σε ταχύτητες μικρές συγκρινόμενες με την ταχύτητα του φωτός, είναι οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου. Η σύμπτωση αυτή της Θεωρίας της Σχετικότητας με τη Νευτώνεια Μηχανική είναι απαραίτητη προϋπόθεση για να γίνει αποδεκτή η θεωρία, εφόσον η Νευτώνεια Μηχανική έχει ισχυρή εμπειρική επαλήθευση στις χαμηλές ταχύτητες.

Δ Σχετικότητα του ταυτόχρονου, συστολή του μήκους, διαστολή του χρόνου.

Στα περισσότερα συγγράμματα προηγείται η διαπραγμάτευση αυτών των φαινομένων από τους μετασχηματισμούς του Lorentz, ωστόσο νομίζουμε ότι, αν δεν προτιθέμεθα να ανοίξουμε φιλοσοφική συζήτηση για την Ειδική Σχετικότητα, αυτά τα φαινόμενα ερμηνεύονται ικανοποιητικότερα όταν κανένας γνωρίζει ήδη τους μετασχηματισμούς Lorentz.

Σχετικότητα του ταυτόχρονου. Εάν ένας (άτονος, δηλαδή ο «ακίνητος») παρατηρητής βλέπει μια μηδενική διαφορά χρόνου ανάμεσα σε δύο γεγονότα, αν δηλαδή γι' αυτόν δύο γεγονότα είναι ταυτόχρονα, δηλ. $\Delta t = 0$, αλλά δε συμβαίνουν στο ίδιο σημείο του χώρου, δηλαδή είναι $\Delta x \neq 0$, όπως συμβαίνει όταν πέφτουν δύο κεραυνοί όχι στο ίδιο σημείο, τότε ο τονούμενος παρατηρητής βλέπει ότι υπάρχει χρονική διαφορά ανάμεσα στα δύο γεγονότα, με βάση την τελευταία εξίσωση από τη 2.

Να σημειώσουμε ένα σημαντικό αποτέλεσμα των μετασχηματισμών Lorentz, το οποίο δείχνει ότι η Ειδική Σχετικότητα διατηρεί κάποια στοιχεία κοινής λογικής. Αν ο ένας παρατηρητής, είτε τονούμενος είναι άτονος βλέπει ότι δύο γεγονότα συμβαίνουν στο ίδιο χωροχρονικό σημείο, δηλαδή ότι συμβαίνουν ταυτόχρονα και συμπίπτουν και χωρικά, δηλ., αν βλέπει ότι $\Delta x = \Delta t = 0$, τότε ισχύει για κάθε άλλο παρατηρητή ότι $\Delta x' = \Delta t' = 0$. Δηλαδή, δεν υπάρχει περίπτωση αυτό που ένας παρατηρητής βλέπει ουσιαστικά ως ένα γεγονός αφού συμβαίνει σε ένα σημείο του χώρου και στον ίδιο χρόνο, κάποιος άλλος παρατηρητής να το δει ως δύο ξεχωριστά γεγονότα. Παράδειγμα για δύο γεγονότα, έναν πυροβολισμό και ένα θάνατο: Αυτοπυροβολούμαι εξ επαφής ($\Delta x = 0$) και πεθαίνω ακαριαία ($\Delta t = 0$). Αφού ο άτονος παρατηρητής δεν ακούει ούτε μια φορά την καρδιά μου μετά τον πυροβολισμό, άρα ούτε οποιοσδήποτε άλλος θα την ακούσει και άρα κανένας παρατηρητής δε θα ισχυριστεί ότι πρόλαβα να διακομιστώ σε νοσοκομείο και άρα να διαφύγω του κινδύνου. Καταλαβαίνουμε ότι μερικά τέτοια ζητήματα είναι κεφαλαιώδη για την αποδοχή μιας θεωρίας. Δε μπορεί σύμφωνα με ένα παρατηρητή να είμαι ζωντανός και σύμφωνα με άλλον όχι.

Η συστολή του μήκους. Ένας παρατηρητής κινείται μαζί με μια ράβδο, μετρά το μήκος της και το βρίσκει $\Delta x'$. Ένας ακίνητος παρατηρητής μετρά και αυτός το μήκος ράβδου. Για να είναι αυτή η μέτρηση αξιόπιστη, θα πρέπει να μετρήσει πού βρίσκονται και τα δύο της άκρα ταυτόχρονα. Αν μετρήσει πρώτα το πίσω άκρο της ράβδου και μετά μετρήσει το μπροστινό της, η μέτρηση του μήκους της δε θα είναι αξιόπιστη, γιατί η ράβδος θα έχει προχωρήσει και θα μετρά μαζί με το μήκος της και την απόσταση που διανύει. Θα πρέπει, άρα, για τη μέτρηση που αυτός κάνει να ισχύει: $\Delta t = 0$. Αν θεωρήσουμε το $\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$ μετασχηματισμό τότε προκύπτει ότι:

$$\Delta x = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x' = \frac{1}{\gamma} \Delta x' < \Delta x'. \quad (5)$$

Το $\Delta x'$ που μετρά ο παρατηρητής που κινείται μαζί με τη ράβδο καλείται ιδιόμηκος της ράβδου, είναι το πραγματικό της μήκος και είναι το μέγιστο που μπορεί να μετρηθεί για αυτή από κάποιο παρατηρητή. Να σημειώσουμε ότι πολλοί συγγραφείς θεωρούν ότι η συστολή του μήκους, που αλλιώς λέγεται και συστολή Lorentz, δε μπορεί να παρατηρηθεί πειραματικά, όχι από αδυναμία εκτέλεσης των πειραμάτων, αλλά διότι το κινούμενο σώμα φαίνεται, σε κάποιες τουλάχιστον περιπτώσεις, σα να περιστρέφεται και όχι να συστέλλεται. Ωστόσο, στα περισσότερα συγγράμματα η συστολή Lorentz αντιμετωπίζεται ως παρατηρήσιμο φαινόμενο.

Η διαστολή του χρόνου. Ας θεωρήσουμε τη σχέση: $\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right)$. Ο

άτονος παρατηρητής ακούει τους χτύπους της καρδιάς του οι οποίοι έχουν μια χρονική απόσταση Δt . Η καρδιά του άτονου παρατηρητή βρίσκεται στο ίδιο σημείο ως προς αυτόν, δηλαδή δεν κινείται ως προς αυτόν, δηλαδή $\Delta x=0$. Ο τονούμενος παρατηρητής βλέπει ότι ο άτονος κινείται και ακούει τους χτύπους της καρδιάς του άτονου να καθυστερούν, δηλαδή ακούει:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t. \quad (6)$$

Αυτή ακριβώς είναι η διαστολή του χρόνου που παρατηρεί ο ακίνητος παρατηρητής όταν τα γεγονότα λαμβάνουν χώρα στο ίδιο σημείο του άλλου παρατηρητή.

Ε Μετασχηματισμοί ταχύτητων.

Αν η ταχύτητα ενός σώματος ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων είναι (v_x', v_y', v_z') , αν αυτό το σύστημα συντεταγμένων κινείται με ταχύτητα v στο x άξονα ως προς ένα άλλο, άτονο σύστημα, τότε η ταχύτητα του σώματος ως προς το άτονο σύστημα δίνεται από τη σχέση:

$$v_x = \frac{v_x' + v}{1 + \frac{v_x' v}{c^2}}, \quad v_{y,z} = \frac{v_{y,z}' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_x' v}{c^2}}. \quad (7)$$

Η 7 ανάγεται σε ό,τι ξέρουμε από τη Νευτώνεια Μηχανική, αν όλες οι εμφανιζόμενες ταχύτητες είναι αρκετά μικρότερες από την ταχύτητα του φωτός.

Η 7 μπορεί να εξαχθεί από τους μετασχηματισμούς Lorentz με λίγες πράξεις, αν θυμηθούμε ότι $v_x = \frac{dx}{dt}$ και αντίστοιχα για τις άλλες συνιστώσες και $v_x' = \frac{dx'}{dt'}$. Οι

άτονες ποσότητες θα αντικατασταθούν από το μετασχηματισμό Lorentz.

Η 7 ισχύει μόνο αν η σχετική κίνηση των συστημάτων αναφοράς είναι στο x άξονα. Η ασυμμετρία που υπάρχει ανάμεσα στις συνιστώσες της ταχύτητας που είναι παράλληλες στη σχετική κίνηση του συστήματος συντεταγμένων και τις συνιστώσες που είναι κάθετες σε αυτό οφείλεται στο ότι τα μήκη τα οποία είναι κάθετα στη διεύθυνση της κίνησης παραμένουν αμετάβλητα, ενώ μετασχηματίζονται τα μήκη που είναι παράλληλα στη διεύθυνση κίνησης.

Αν θέλουμε να βρούμε τις συνιστώσες της ταχύτητας του σώματος στο τονούμενο σύστημα, γνωρίζοντας τις συνιστώσες της ταχύτητάς του ως προς το άτονο, τότε θέτουμε όπου v το $-v$ στις εξισώσεις του μετασχηματισμού.

Η ταχύτητα δεν είναι τετραδιάνυσμα γιατί οι συνιστώσες της δε μετασχηματίζονται όπως οι συνιστώσες τετραδιανύσματος.

Αν μια φυσική οντότητα κινείται με ταχύτητα c ως προς το τονούμενο σύστημα συντεταγμένων, τότε εύκολα αποδεικνύεται ότι η ταχύτητά της είναι επίσης c ως προς το άτομο, ανεξάρτητα από το ποια είναι η ταχύτητα του τελευταίου. Έτσι, κάνουμε έναν έλεγχο συνέπειας της Θεωρίας της Σχετικότητας.

Στ Το σχετικιστικό φαινόμενο Doppler.

Στο σχετικιστικό φαινόμενο Doppler δε χρησιμοποιούμε την έννοια της ταχύτητας της πηγής ή του παρατηρητή ως προς το μέσο διάδοσης του φωτός, γιατί το φως δε χρειάζεται κανένα μέσο για να διαδοθεί. Υπαισέρχεται μόνο η σχετική ταχύτητα παρατηρητή και πηγής, v . Αν αυτή είναι κάθετη στην ευθεία που ενώνει τον παρατηρητή και την πηγή, τότε η συχνότητα που μετρά ο παρατηρητής είναι:

$$f = f_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (8)$$

με f_0 τη συχνότητα της ακτινοβολίας που πραγματικά εκπέμπει η πηγή. Αυτό αποτελεί το εγκάρσιο φαινόμενο Doppler. Αν η σχετική ταχύτητα παρατηρητή και πηγής είναι στην ευθεία που ενώνει τα δύο σώματα, τότε η συχνότητα που παρατηρεί ο παρατηρητής για το φως είναι:

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \quad (9)$$

και τούτο αποτελεί το διάμηκες φαινόμενο Doppler. Η ταχύτητα λαμβάνεται θετική, όταν η πηγή και ο παρατηρητής πλησιάζουν ο ένας προς τον άλλο και αρνητική όταν απομακρύνονται.

Z Σχετικιστική δυναμική.

Η μάζα που έχει ένα σώμα όταν είναι ακίνητο ως προς κάποιον παρατηρητή καλείται μάζα ηρεμίας του σώματος, m_0 . Ενίοτε, ορίζεται η μάζα του σώματος από τον κατωτέρω τύπο:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0. \quad (10)$$

Άλλοι συγγραφείς θεωρούν ότι η πραγματική μάζα του σώματος είναι η μάζα ηρεμίας του και υπολογίζουν π.χ. την πυκνότητά του με βάση αυτή. Άλλοι αντίθετα θεωρούν ότι η πραγματική μάζα του σώματος είναι η τελευταία.

Η επιτάχυνση σε κάθε περίπτωση ορίζεται ως

$$a = \frac{dv}{dt}. \quad (11)$$

Όταν μεταβαίνουμε από έναν αδρανειακό παρατηρητή σε άλλον, τότε η επιτάχυνση μετασχηματίζεται γενικά με έναν πολύπλοκο τρόπο και πάντως όχι ως τετραδιάνυσμα.

Η ορμή στη Θεωρία της Σχετικότητας ορίζεται ως:

$$p = m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (12)$$

Η ορμή αυτή, όταν η ταχύτητα του σώματος είναι πολύ μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός, συμπίπτει με το νευτώνειο ορισμό. Εδώ η v είναι η ταχύτητα του σώματος. Η ορμή της Σχετικιστικής Μηχανικής δεν είναι ανάλογη της ταχύτητας και

για ταχύτητες του σώματος κοντά σε αυτή του φωτός απειρίζεται. Η ορμή ενός απομονωμένου συστήματος σωματίων διατηρείται πάντα.

Η ενέργεια στη Θεωρία της Σχετικότητας δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad (13)$$

και όταν η ταχύτητα του σώματος προσεγγίζει την ταχύτητα του φωτός απειρίζεται. Στο όριο των χαμηλών ταχυτήτων εμφανίζεται ένας όρος ενέργειας, $m_0 c^2$, ο οποίος ονομάζεται ενέργεια ηρεμίας του σώματος, και αντιστοιχεί στην ενέργεια η οποία είναι αποθηκευμένη στη μάζα του σώματος. Ως σχετικιστική κινητική ενέργεια ορίζεται το μέγεθος:

$$K = E - m_0 c^2 = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2. \quad (14)$$

Η σχετικιστική κινητική ενέργεια στο όριο των χαμηλών ταχυτήτων συμπίπτει με την κινητική ενέργεια της Νευτώνειας Μηχανικής. Και η σχετικιστική κινητική ενέργεια απειρίζεται όταν η ταχύτητα του σώματος τείνει στην ταχύτητα του φωτός. Όταν πάντως ένα σωματίο κινείται με ταχύτητα πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός τότε η κινητική του ενέργεια είναι σχεδόν ίση με την ολική, ενώ ισχύει: $E \cong pc$.

Για σωματία με μηδενική μάζα ηρεμίας, όπως είναι τα φωτόνια και τα νετρίνα, η σχέση ενέργειας – ορμής απλοποιείται στην:

$$E = pc. \quad (15)$$

Τα σωματία με μηδενική μάζα ηρεμίας κινούνται υποχρεωτικά με την ταχύτητα του φωτός, γιατί διαφορετικά θα είχαν μηδενική ενέργεια και ορμή, σύμφωνα με τις 12, 13 σχέσεις, και άρα δε θα είχαν καμιά φυσική υπόσταση.

Η δύναμη ορίζεται ως το μέγεθος

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (16)$$

και δεν είναι το γινόμενο της μάζας επί την επιτάχυνση, ακόμη και αν χρησιμοποιήσουμε για τη μάζα το σχετικιστικό τύπο $m = \gamma m_0$. Ο ορθή σχέση

$$\text{προκύπτει από την 16 και είναι η: } F = \frac{m_0 a}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = m_0 a \gamma^3.$$

Η Εξειδικευμένα ζητήματα Ειδικής Σχετικότητας.

Ορισμός του μέτρου του τετραδιανύσματος.

Ούτε τα χρονικά διαστήματα ούτε τα μήκη των αντικειμένων είναι σταθερά για διαφορετικούς αδρανειακούς παρατηρητές στη Θεωρία της Σχετικότητας. Αν σχηματίσουμε την ποσότητα $(\Delta\vec{r})^2 - c^2(\Delta t)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2$, θα δούμε ότι αυτή είναι αναλλοίωτη για όλους τους παρατηρητές, δηλαδή ισχύει: $(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 = (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2 - c^2(\Delta t')^2$. Η ποσότητα αυτή καλείται μέτρο του τετραδιανύσματος (ct, \vec{r}) . Το μέτρο του τετραδιανύσματος θα μπορούσε να οριστεί και αντίθετα, δηλαδή ως $c^2(\Delta t)^2 - (\Delta\vec{r})^2$. Ο ακριβής ορισμός του είναι θέμα συμβάσεως. Όπως και αν ορίσουμε το μέτρο του, αυτό μπορεί να είναι θετικό, αρνητικό ή μηδενικό. Ονομάζουμε αυτή την ποσότητα μέτρο, επειδή είναι ίδια για όλους τους παρατηρητές, όπως το μέτρο ενός διανύσματος της ευκλείδειας

γεωμετρίας είναι ίδιο για οποιοδήποτε σύστημα αξόνων, μετατοπισμένο είτε περιστραμμένο ως προς κάποιο άλλο.

Αιτιακή συσχέτιση γεγονότων στην Ειδική Σχετικότητα.

Γεγονός στη Σχετικότητα, όπως και σε όλη τη Φυσική, είναι κάτι που συμβαίνει κάπου και κάποτε. Το γεγονός δηλαδή αντιστοιχίζεται αμφιμονοσήμαντα στην τετράδα (t, \vec{r}) . Στη Νευτώνεια Μηχανική το γεγονός 2 μπορεί να είναι αποτέλεσμα του γεγονότος 1, αν και μόνο $t_2 > t_1$. Στη σχετικιστική Φυσική το γεγονός 2 μπορεί να είναι αποτέλεσμα του γεγονότος 1 αν και μόνο αν $t_2 > t_1$ και $\Delta \vec{r}^2 \leq c^2 \Delta t^2$. Για να μπορεί δηλαδή το ένα γεγονός να είναι αίτιο και το άλλο αποτέλεσμα, θα πρέπει, όχι μόνο το δεύτερο να έπεται χρονικά, αλλά και να υπάρχει σωματίο ή φωτόνιο, που να μπορεί να μεταβεί με $v \leq c$ από το (t_1, \vec{r}_1) στο (t_2, \vec{r}_2) .

Διατήρηση της αιτιότητας στην Ειδική Σχετικότητα.

Έστω ότι για έναν παρατηρητή ισχύει: $\Delta t > 0$ και $\Delta x^2 - c^2 \Delta t^2 \leq 0$, δηλαδή τα δύο γεγονότα είναι αιτιακά συσχετίσιμα μεταξύ τους. Αποδεικνύεται ότι για κάθε άλλο παρατηρητή θα ισχύει: $\Delta t' > 0$ και $\Delta x'^2 - c^2 \Delta t'^2 \leq 0$, δηλαδή τα δύο γεγονότα θα είναι αιτιακά συσχετίσιμα για κάθε παρατηρητή. Και οι δύο σχέσεις είναι ιδιαίτερα σημαντικές. Αν ένας παρατηρητής βλέπει ένα νήπιο να γεννιέται και μετά να μεγαλώνει, τα ίδια θα βλέπει και ένας άλλος παρατηρητής: Δεν πρόκειται ποτέ να «γυρίσει» το χρόνο σε αντίθετη κατεύθυνση. Η δεύτερη σχέση περιγράφει μια λεπτομέρεια της αιτιακής συσχέτισης στην Ειδική Σχετικότητα: Έστω το γεγονός 1, ένα τρακάρισμα, και το γεγονός 2, η εισαγωγή του τραυματία στο νοσοκομείο, με ασθενοφόρο που κινείται με ταχύτητα μικρότερη ή ίση από την ταχύτητα του φωτός, για έναν παρατηρητή. Τότε, για κάθε άλλο παρατηρητή, το ασθενοφόρο θα τρέχει επίσης με ταχύτητα μικρότερη ή ίση, αντίστοιχα, της ταχύτητας του φωτός, και άρα θα υπάρχει πραγματικό (δηλαδή κινούμενο με ταχύτητα μικρότερη ή ίση της ταχύτητας του φωτός) τέτοιο ασθενοφόρο, που να διακομίζει τον τραυματία μετά τον τραυματισμό του.

Έστω v_0 η ταχύτητα του ασθενοφόρου. Η $\Delta t' > 0$ σχέση αποδεικνύεται, αν θέσουμε $\Delta x = v_0 \Delta t$ για την απόσταση που το όχημα διανύει. Τότε, για ένα παρατηρητή που κινείται με ταχύτητα $v < c$ ως προς τον πρώτο: $\Delta t' = \gamma \Delta t \left(1 - \frac{v v_0}{c^2} \right)$,

δηλαδή ό,τι πρόσημο έχει η χρονική διαφορά για τον άτονο, θα έχει και για τον τονούμενο, με την προϋπόθεση ότι η ταχύτητα του ασθενοφόρου είναι μικρότερη ή ίση της ταχύτητας του φωτός. Η δεύτερη σχέση αποδεικνύεται από τη σταθερότητα του μέτρου του τετραδιανύσματος για κάθε παρατηρητή.

Το τετραδιάνυσμα ενέργειας – ορμής.

Ένα άλλο τετραδιάνυσμα είναι το $\left(\vec{p}, \frac{E}{c} \right)$. Ισχύει: $\vec{p}^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m_0^2 c^2$, δηλαδή

το μήκος του συγκεκριμένου τετραδιανύσματος είναι επίσης αναλλοίωτο.

Τα τετραδιανύσματα μετασχηματίζονται όλα με τον ίδιο τρόπο, όταν μεταβαίνουμε από ένα σύστημα συντεταγμένων σε ένα άλλο: $E = \gamma(E' + v p_x')$,

$$p_x = \gamma \left(p_x' + \frac{v}{c^2} E' \right).$$

Θ **Η ισότητα αδρανειακής και βαρυτικής μάζας και η θεμελίωση της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας.**

Για να είναι αποδεκτός ένας φυσικός νόμος, πρέπει να είναι ο ίδιος για κάθε αδρανειακό παρατηρητή, να είναι όπως λέμε σχετικιστικά αναλλοίωτος. Οι εξισώσεις του Maxwell είναι τέτοιοι νόμοι. Ωστόσο, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης δεν είναι. Όντως, ας φανταστούμε δύο μάζες τοποθετημένες σε κάποια απόσταση στον yy' άξονα που ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις βαρύτητας, για τις οποίες ισχύει:

$$\frac{dp_y}{dt} = G \frac{m_1 m_2}{y^2}. \text{ Συμβολίσαμε με λίγο διαφορετικό τρόπο τη δύναμη και τη μεταξύ}$$

των μαζών απόσταση, για να θυμόμαστε με ποιο τρόπο μετασχηματίζονται τα διάφορα μεγέθη. Σε ένα κινούμενο σύστημα συντεταγμένων στο x άξονα, λαμβάνοντας υπόψη ότι η ορμή είναι τετράνυσμα, βλέπουμε ότι η παραπάνω συνιστώσα της δε μεταβάλλεται, όπως δε μεταβάλλεται και το y . Ωστόσο, ο χρόνος και η μάζα αλλάζουν για τον κινούμενο παρατηρητή. Αντικαθιστώντας τις νέες του τιμές, βλέπουμε ότι ο νόμος της παγκόσμιας έλξης αλλάζει μορφή για τον κινούμενο αδρανειακό παρατηρητή, άρα δε μπορεί να είναι ορθός στο πλαίσιο της Θεωρίας της Σχετικότητας. Αυτός ήταν ο πρώτος λόγος, για τον οποίο χρειάστηκε μια διαφορετική, σχετικιστικά αναλλοίωτη, θεωρία βαρύτητας.

Η διαφορετική θεωρία βαρύτητας προέκυψε από την παρατήρηση της ισότητας της αδρανειακής και της βαρυτικής μάζας. Το τελευταίο σημαίνει ότι:

$$m_{\text{αδρ.}} a = G \frac{M_{\text{βαρ.}} m_{\text{βαρ.}}}{r^2}, \text{ από το οποίο προκύπτει πως όλες οι κινηματικές παράμετροι}$$

των σωμάτων που κινούνται μέσα σε βαρυτικό πεδίο είναι ανεξάρτητες της μάζας τους. Έτσι, με την ίδια επιτάχυνση κινείται και το δάπεδο ενός δορυφόρου περί τη γη και ο παρατηρητής που βρίσκεται μέσα σε αυτόν, και άρα δεν υφίσταται φαινομενικά καμία δύναμη (δε χρειάζεται να τον σπρώξει δηλαδή το δάπεδο, πράγμα που θα συνέβαινε αν η επιτάχυνση στο βαρυτικό πεδίο εξαρτώταν από τη μάζα των σωμάτων) και άρα είναι ισοδύναμος με έναν αδρανειακό παρατηρητή. Τα ίδια μπορούμε να πούμε και για ένα παρατηρητή που πέφτει ελεύθερα μαζί με ένα ανελκυστήρα: Θεωρεί τον εαυτό του αδρανειακό σύστημα και δε μπορεί να τεκμηριώσει ότι δεν είναι. Γενικά λοιπόν, ένας αδρανειακός παρατηρητής βλέπει ότι όλα τα σώματα στα οποία δεν ασκούνται δυνάμεις εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Το ίδιο βλέπει και ένας παρατηρητής ο οποίος κινείται στο σε ένα ελεύθερα σε ένα βαρυτικό πεδίο. «Ελεύθερα» σημαίνει ότι η μόνη δύναμη που ασκείται σε αυτόν είναι της βαρύτητας. Συνοψίζοντας, οι παρατηρητές που κινούνται ελεύθερα (π.χ. πέφτουν ή περιστρέφονται) μέσα στο βαρυτικό πεδίο θεωρούν τους εαυτούς τους ισοδύναμους με αδρανειακούς παρατηρητές που βρίσκονται εκτός του βαρυτικού πεδίου.

Επίσης, ένας μη αδρανειακός παρατηρητής, ο οποίος κινείται με επιτάχυνση a , δε μπορεί να αντιληφθεί αν όντως κινείται με αυτή την επιτάχυνση, ή είναι ένας αδρανειακός (π.χ. καθημένος) παρατηρητής τοποθετημένος όμως μέσα σε βαρυτικό πεδίο με $g = -a$. Άραγε μου πέφτουν τα αντικείμενα στο πάτωμα όταν τα αφήνω ελεύθερα επειδή είμαι ακίνητος σε ένα πλανήτη με $\vec{g} = -10m/s^2 \hat{y}$, ή μου πέφτουν επειδή είμαι μέσα σε ένα διαστημόπλοιο, μακριά από βαρυτικά πεδία που κινείται με $\vec{a} = 10m/s^2 \hat{y}$; Αυτή την αρχή της ισοδυναμίας όπως λέγεται θα πρέπει να τη λαμβάνουμε σοβαρά υπόψη.

I Τί ακριβώς λέει η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας.

Ένα σώμα το οποίο κινείται χωρίς να επιδρούν σε αυτό δυνάμεις, κινείται στην καμπύλη του μικρότερου μήκους (ή χρόνου, όπως έχουμε δει και στην οπτική), που είναι για το συνηθισμένο χώρο η ευθεία γραμμή. Για ένα σώμα πάντως που

κινείται στην επιφάνεια της γης, δηλαδή όχι στο συνηθισμένο χώρο που είναι επίπεδος, αλλά σε ένα χώρο (έστω δισδιάστατο) που είναι καμπύλος, η συντομότερη διαδρομή δεν είναι η «ευθεία», διότι ευθεία δεν υπάρχει πάνω στην καμπύλη γη. Αν θέλουμε να βρούμε τη συντομότερη διαδρομή πάνω στη γη, θα πρέπει να χαράξουμε μέγιστο κύκλο, δηλαδή κύκλο που «θα κόβει τη γη στη μέση» και θα περνά από τα δύο σημεία που θέλουμε να ενώσουμε. Αφού ένα σώμα μέσα στο βαρυτικό πεδίο κινείται σαν αδρανειακό, έπεται ότι θα ακολουθεί διαδρομές ελάχιστου μήκους. Κανονικά αυτές οι διαδρομές δε θα είναι στο χώρο της Νευτώνειας Φυσικής, αλλά στο χωρόχρονο της Ειδικής Σχετικότητας, ωστόσο μπορούμε, για εποπτικούς λόγους, να έχουμε στο μυαλό μας χώρο σε κάθε περίπτωση. Εκεί λοιπόν που ένα σώμα στο οποίο δεν ασκούνται άλλες δυνάμεις θα ακολουθούσε τη γνωστή μας ευθεία, αν δεν υπήρχε το πεδίο βαρύτητας, όταν υπάρχει το πεδίο βαρύτητας ακολουθεί κάποιες διαδρομές που είναι καμπύλες, ωστόσο όμως είναι διαδρομές του ελάχιστου μήκους, διαδρομές δηλαδή που υπάρχουν μόνο για να ακολουθούνται από αδρανειακά συστήματα εκτός βαρύτητας ή τα ισοδύναμά τους εντός βαρύτητας, δηλαδή αυτά που πέφτουν ελεύθερα. Επειδή όλα ανεξαιρέτως τα σώματα ακολουθούν τις ίδιες διαδρομές (πράγμα που είναι απόρροια της ισότητας βαρυτικής και αδρανειακής μάζας, το οποίο δεν ισχύει για την κίνηση μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο), το να λέμε ότι τα σώματα κινούνται λόγω της βαρυτικής δύναμης είναι ισοδύναμο με το εξής: Λέμε ότι δεν υπάρχει βαρυτική δύναμη, αλλά ότι οι πηγές του βαρυτικού πεδίου έχουν τροποποιήσει το χωρόχρονο και, ενώ ήταν επίπεδος, τον έχουν καμπυλώσει. Έτσι, τα σωμάτια που θα κινούνταν στις γνωστές μας ευθείες αν δεν υπήρχαν οι πηγές του βαρυτικού πεδίου, τώρα πλέον κινούνται στις γραμμές που έχουν το ελάχιστο μήκος που δεν είναι πλέον οι γνωστές μας ευθείες αλλά κάποιες άλλες καμπύλες. Αντί δηλαδή να λέμε ότι ασκείται δύναμη στα σώματα, λέμε ότι οι πηγές του βαρυτικού πεδίου παραμορφώνουν, «καμπυλώνουν», το χωρόχρονο, και τα σωμάτια κινούνται απλώς στις γραμμές που έχουν το μικρότερο μήκος σε αυτό το χωρόχρονο.

ΙΑ Τα κλασικά τεστ της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας.

Η βαρυτική μετατόπιση προς το ερυθρό.

Σύμφωνα με τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας, τα φωτόνια τα οποία ταξιδεύουν μέσα στο βαρυτικό πεδίο χάνουν ή κερδίζουν ενέργεια, ανάλογα με το αν κινούνται (χοντρικά) προς περιοχές υψηλότερου ή χαμηλότερου, αντίστοιχα, δυναμικού. Όσο και αν μια τέτοια πρόβλεψη φαίνεται αυτονόητη στο πλαίσιο της κλασικής αντίληψης για το φως, ωστόσο είναι απόρροια της Γενικής Σχετικότητας. Το φαινόμενο αυτό έχει παρατηρηθεί από τη μετατόπιση προς το ερυθρό συγκεκριμένων φασματικών γραμμών (όπως η διπλή του νατρίου), οι οποίες ξέρουμε ότι ανήκουν σε συγκεκριμένα άτομα, όταν αυτά τα άτομα φωτοεκπέμπουν μέσα σε ισχυρό βαρυτικό πεδίο.

Η καμπύλωση των ακτίνων του φωτός όταν διέρχονται κοντά από ισχυρό βαρυτικό πεδίο.

Η Γενική Σχετικότητα προβλέπει ακριβώς πόσο θα αλλάζει το φως κατεύθυνση (και όχι συχνότητα όπως στην προηγούμενη περίπτωση), όταν διέρχεται κοντά από ένα ισχυρό βαρυτικό πεδίο. Αυτή η αλλαγή της πορείας του φωτός παρατηρήθηκε κατά τη διάρκεια ολικών ηλιακών εκλείψεων για αστέρες που βρίσκονταν κανονικά πίσω από τον ηλιακό δίσκο και, άρα, δε θα έπρεπε να φαίνονται. Η καμπύλωση όμως της πορείας του φωτός τους έκανε ορατούς.

Η μετάπτωση του περιηλίου του Ερμή.

Έχουμε πει ότι όλα τα σώματα τα οποία κινούνται σε ένα κεντρικό πεδίο δυνάμεων, η ένταση του οποίου είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της

απόστασης από ένα σταθερό σημείο, διατηρούν σταθερό το διάνυσμα Runge-Lenz. Το διάνυσμα αυτό έχει κατεύθυνση από το κέντρο από το οποίο ασκείται η δύναμη, προς το σημείο της τροχιάς με την κοντινότερη απόσταση από αυτό το κέντρο, την οποία κοντινότερη απόσταση λέμε περιήλιο για την κίνηση των πλανητών γύρω από τον ήλιο. Αποτέλεσμα της σταθερότητας του διανύσματος Runge-Lenz είναι ότι το περιήλιο παραμένει σταθερό, ότι με άλλα λόγια ο πλανήτης δε διαγράφει «μαργαρίτες» γύρω από τον ήλιο. Βέβαια, όταν ένας πλανήτης κινείται γύρω από τον ήλιο, η συνισταμένη δύναμη ούτε απολύτως κεντρική είναι, ούτε πάντα μεταβάλλεται ακριβώς με το τετράγωνο της απόστασης από το κέντρο μάζας του συστήματος, αφενός γιατί υπάρχουν και οι άλλοι πλανήτες, αφετέρου γιατί ο ήλιος δεν είναι απόλυτα σφαιρικά συμμετρικός. Αποτέλεσμα αυτών των αποκλίσεων από το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου είναι το περιήλιο να μη διατηρείται εντελώς σταθερό. Παρατηρήθηκε όμως για τον Ερμή ότι, ακόμη και αν αφαιρούσαμε τη μετάπτωση του περιηλίου του που οφείλεται στους παραπάνω παράγοντες, πάλι έμενε ένα πολύ μικρό ποσοστό μετάπτωσης, ανεξήγητο για τη Νευτώνεια βαρύτητα. Η θεωρία της Γενικής Σχετικότητας εξήγησε αυτή ακριβώς την επιπλέον μετάπτωση. Στην πραγματικότητα, το περιήλιο όλων των πλανητών και όχι μόνο του Ερμή παρουσιάζει μια μετάπτωση ανεξήγητη στο πλαίσιο της Νευτώνειας θεωρίας βαρύτητας, ωστόσο για τον Ερμή είναι περισσότερο έντονο το φαινόμενο, επειδή βρίσκεται εγγύτερα στον ήλιο, δηλαδή σε περιοχές που το βαρυτικό πεδίο είναι ισχυρότερο. Γενικά, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα, ενώ είναι αρκετά καλή προσέγγιση για ασθενή βαρυτικά πεδία, αποτυγχάνει για ισχυρά.

Επιμέλεια: Αθ. Πρίκας, Δρ θεωρητικής Φυσικής Στοιχειωδών Σωματίων.